Concours ACCÈS 2025

Corrigé de l'épreuve de Raisonnement Logique et Mathématiques

© *Mathieu Pons*
@ contact@mathete.net

Liste des questions

Raisonnement logique

Question 1 : VVFV

Construisons un tableau d'effectifs :

	0,5 litres	*0,75 litres*	*1 litre*	*TOTAL*
Rouge	$\frac{1}{3}n$	x	x	212
Bleu		$\frac{2}{7}n$	$\frac{1}{5}n$	
TOTAL				n

Cherchons n qui doit être compris entre 350 et 450 et doit être un mutliple de 3, de 5 et de 7, d'où :

$$n = 3 \times 5 \times 7 \times k \quad (k \in \mathbb{N}) \qquad \text{et} \qquad 350 \leq n \leq 450$$

Si $k = 3$ alors $n = 315 < 350$, si $k = 4$ alors $n = 420$ et si $k = 5$ alors $n = 525 > 450$ donc $n = 420$ et la seule valeur qui convienne, d'où :

	0,5 litres	*0,75 litres*	*1 litre*	*TOTAL*
Rouge	$\frac{1}{3} \times 420 = 140$	x	x	212
Bleu	$208 - 120 - 84 = 4$	$\frac{2}{7} \times 420 = 120$	$\frac{1}{5} \times 420 = 84$	$420 - 212 = 208$
TOTAL	144			420

Cherchons x. Pour cela, on résout l'équation $140 + 2x = 212 \iff x = \dfrac{212 - 140}{2} = 36$.

Il reste à compléter le tableau et répondre aux affirmations :

	0,5 litres	*0,75 litres*	*1 litre*	*TOTAL*
Rouge	$212 - 2 \times 36 = 140$	36	36	212
Bleu	4	120	84	208
TOTAL	144	$36 + 120 = 156$	$36 = 120$	420

- *Il ne peut y avoir que 420 gourdes en stock.* ***Vrai***
- *La gourde rouge de 0,5 litre est le modèle le plus présent en stock.* ***Vrai***
- *Il n'y a que 5 gourdes bleues de 0,5 litre en stock.* ***Faux***
- *La contenance 1 litre est la moins présente en stock.* ***Vrai***

Question 2 : VVFV

L'équipe X, qui s'est classée derrière l'équipe Y, est composée d'étudiants de l'IÉSEG et les étudiants de l'équipe Y sont originaires de Lyon signifie que les classements et attributions possibles sont :

	$1^{\text{ère}}$ place	*$2^{\text{ième}}$ place*	*$3^{\text{ième}}$ place*
$1^{\text{ère}}$ possibilité	**Z**	**Y** Lyon	**X** IÉSEG
$2^{\text{ième}}$ possibilité	**Y** Lyon	**X** IÉSEG	**Z**
$3^{\text{ième}}$ possibilité	**Y** Lyon	**Z**	**X** IÉSEG

L'équipe arrivée deuxième est composée d'étudiants de l'ESSCA donc on peut retirer la deuxième possibilité de classement. Il reste comme classements et attributions possibles :

	$1^{\text{ère}}$ place	*$2^{\text{ième}}$ place*	*$3^{\text{ième}}$ place*
$1^{\text{ère}}$ possibilité	**Z**	**Y** ESSCA Lyon	**X** IÉSEG
$2^{\text{ième}}$ possibilité	**Y** Lyon	**Z** ESSCA	**X** IÉSEG

Enfin, on sait que l'équipe des étudiants originaires de Lille est arrivée devant l'équipe Y donc Y n'a pu arrivé en premier puisque il y a une équipe devant. On garde donc la première possibilité de classement.

$1^{\text{ère}}$ place	*$2^{\text{ième}}$ place*	*$3^{\text{ième}}$ place*
Z Lille	**Y** ESSCA Lyon	**X** IÉSEG

Par conséquent, on déduit que Z est composé d'étudiants de l'ESDES et que les étudiants scolarisés à l'IÉSEG sont originaires d'Angers. D'où le classement final qui permet de répondre à chaque item :

$1^{\text{ère}}$ place	*$2^{\text{ième}}$ place*	*$3^{\text{ième}}$ place*
Z ESDES Lille	**Y** ESSCA Lyon	**X** IÉSEG Angers

- *L'équipe des étudiants originaires de Lille est arrivée première.* ***Vrai***
- *L'équipe de l'ESSCA est composée d'étudiants originaires de Lyon.* ***Vrai***
- *L'équipe classée deuxième est celle de l'ESDES.* ***Faux***
- *Les étudiants originaires d'Angers étudient à l'IÉSEG.* ***Vrai***

Question 3 : FVVV

Les informations de l'énoncé permettent de construire le tableau suivant :

	Tartes	*Cakes*	*Tourtes*	*TOTAL*
Champignons	$\frac{1}{4}y$	$0{,}3y$	90	y
Courgettes	$0{,}2z = 30$	t		x
Poireaux		t		x
TOTAL	z		250	500

Il vient l'équation : $0{,}2z = 30 \iff z = \frac{30}{0{,}2} = 150$.

Et : $\frac{1}{4}y + 0{,}3y + 90 = y \iff y - 0{,}25y - 0{,}3y = 90 \iff y = \frac{90}{0{,}45} = 200$, d'où :

	Tartes	*Cakes*	*Tourtes*	*TOTAL*
Champignons	$\frac{1}{4} \times 200 = 50$	$0{,}3 \times 200 = 60$	90	200
Courgettes	30	t		x
Poireaux	$150-50-30 = 70$	t		x
TOTAL	150	100	250	500

On a donc, $2t + 60 = 100 \iff t = \frac{100-60}{2} = 20$ et $2x + 200 = 500 \iff x = \frac{500-200}{2} = 150$.
Le tableau finalisé est donc le suivant :

	Tartes	*Cakes*	*Tourtes*	*TOTAL*
Champignons	50	60	90	200
Courgettes	30	20	100	150
Poireaux	70	20	60	150
TOTAL	150	100	250	500

- *Il y a 200 entrées aux courgettes.* ***Faux***
- *Il y a autant de tourtes aux poireaux que de cakes aux champignons.* ***Vrai***
- *Il y a 150 tartes.* ***Vrai***
- *Le nombre d'entrées aux poireaux est inférieur au nombre d'entrées aux champignons.* ***Vrai***

Question 4 : FFVV

Notons x, y et z les âges actuels respectifs du père, de la mère et des deux sœurs jumelles alors la somme des âges de la famille est égale à 115 ans signifie que $x + y + 2z = 115$.
Par ailleurs, dans n années :

- les filles auront l'âge actuel du père signifie que $z + n = x$
- les filles seront trois fois plus âgées qu'aujourd'hui se traduit par $z + n = 3z$
- leurs mère aura 70 ans soit $y + n = 70$

Il vient le système à résoudre :

$$\begin{cases} x + y + 2z = 115 \\ z + n = x \\ z + n = 3z \\ y + n = 70 \end{cases} \iff \begin{cases} z + n + y + 2z = 115 \\ x = z + nv \\ n = 3z - z \\ y = 70 - n \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} z + n + 70 - n + 2z = 115 \\ x = z + n \\ n = 2z \\ y = 70 - n \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} 3z = 115 - 70 \\ x = z + n \\ n = 2z \\ y = 70 - n \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} z = \dfrac{45}{3} = 15 \\ x = z + n = 15 + 30 = 45 \\ n = 2z = 2 \times 15 = 30 \\ y = 70 - 30 = 40 \end{cases}$$

Par conséquent, le père a 45 ans, la mère 40 ans et les jumelles 15 ans chacune.

➜ *La mère a 8 ans de moins que le père.* ***Faux***

Elle a $45 - 40 = 5$ ans de moins.

➜ *Le père était âgé de 25 ans à la naissance des jumelles.* ***Faux***

À la naissance des jumelles, le père avait $45 - 15 = 30$ ans.

➜ *L'âge moyen de la famille est inférieur à 30 ans.* ***Vrai***

L'âge moyen de la famille est de $\dfrac{115}{4} = 28{,}75$ ans qui est donc bien inférieur à 30 ans.

➜ *Dans 10 ans, les jumelles seront 2 fois moins agées que leur mère.* ***Vrai***

Dans 10 ans, les jumelles auront chacune 25 ans et leur mère en aura 50. Elles seront donc bien deux fois moins âgées que leur mère.

Question 5 : FFVF

On peut utiliser une table de vérité dans laquelle on liste toutes les combinaisons possibles (0 pour non participation et 1 pour participation) et on cherche à éliminer certaines combinaisons en fonction des contraintes de l'énoncé :

① Si Patricia a participé à la rédaction de cet article, elle l'a fait avec Juliette ou avec Rémi.

② Si Rémi n'a pas participé à la rédaction de cet article, Juliette n'a pas rédigé avec Patricia.

③ Si Patricia n'a pas participé à la rédaction de cet article, Rémi a participé à la rédaction de cet article.

④ Si Rémi a participé à la rédaction de cet article, Juliette a participé également à la rédaction de cet article.

Patricia	*Juliette*	*Rémi*	*Possible ?*
0	0	0	Non d'après ③
0	0	1	Non d'après ④
0	1	0	Non d'après ③
0	1	1	Oui
1	0	0	Non d'après ①
1	0	1	Non d'après ④
1	1	0	Non d'après ②
1	1	1	Oui

Par conséquent, il existe deux scénarios possibles :

- soit Patricia, Juliette et Rémi ont tous participé à la rédaction de l'article ;
- soit Patricia n'y a pas participé mais Juliette et Rémi oui.

Patricia a participé à la rédaction de cet article. ***Faux***

Il existe un scénario dans lequel elle n'y a pas participé.

Il y a seulement deux personnes qui ont rédigé cet article. ***Faux***

Il existe un scénario dans lequel les trois personnes y ont participé.

Juliette a participé à la rédaction de cet article. ***Vrai***

Dans chacun des deux scénarios possibles, Juliette a participé à la rédaction de l'article.

Rémi n'a pas participé à la rédaction de cet article. ***Faux***

Dans chacun des deux scénarios possibles, Rémi a participé à la rédaction de l'article.

Question 6 : FFVF

Soit f et g les fonctions définies par :

$$g(x) = \sqrt[3]{(x-1)^2} = \left((x-1)^2\right)^{\frac{1}{3}} = (x-1)^{\frac{2}{3}} \qquad \text{et} \qquad f(x) = \ln\left(g(x)\right) = \ln(x-1)^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}\ln(x-1)$$

Le domaine de définition de f est $]1\,;+\infty[$ ***Faux***

$f(x)$ existe si et seulement si $g(x) > 0$. Or $g(x) > 0$ pour tout réel $x \neq 1$. Le domaine de définition de f est donc $\mathbb{R}$ privé de 1 soit $]-\infty\,;1[\,\cup\,]1\,;+\infty[$.

$f'(1) = \dfrac{2}{3}$ ***Faux***

f étant définie et dérivable sur $\mathcal{D}_f =]-\infty\,;1[\,\cup\,]1\,;+\infty[$, $f'(1)$ n'existe pas puisque $1 \notin \mathcal{D}_f$.

La fonction f est concave sur $]-\infty\,;0[$ ***Vrai***

Calculons d'abord la dérivée première de g :

$$\begin{aligned} g'(x) &= \left((x-1)^{\frac{2}{3}}\right)' \\ &= \frac{2}{3}(x-1)' \times (x-1)^{\frac{2}{3}-1} \qquad \color{red}{car\ (u^n)' = nu'u^{n-1}} \\ &= \boxed{\frac{2}{3}(x-1)^{-\frac{1}{3}}} \end{aligned}$$

Nous pouvons maintenant calculer $f'(x)$ puis $f''(x)$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(\ln(g(x))\right)' \\ &= \frac{g'(x)}{g(x)} \\ &= \frac{\frac{2}{3}(x-1)^{-\frac{1}{3}}}{(x-1)^{\frac{2}{3}}} \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{1}{(x-1)^{\frac{2}{3}+\frac{1}{3}}} \\ &= \boxed{\frac{2}{3(x-1)}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f''(x) &= \frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{x-1}\right)' \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{-1}{(x-1)^2} \\ &= \boxed{\frac{-2}{3(x-1)^2}} \end{aligned}$$

$f''(x) < 0$ pour tout $x \in \mathcal{D}_f$ donc f est concave sur $]-\infty\,;0[$.

La fonction g est une fonction paire. ***Faux***

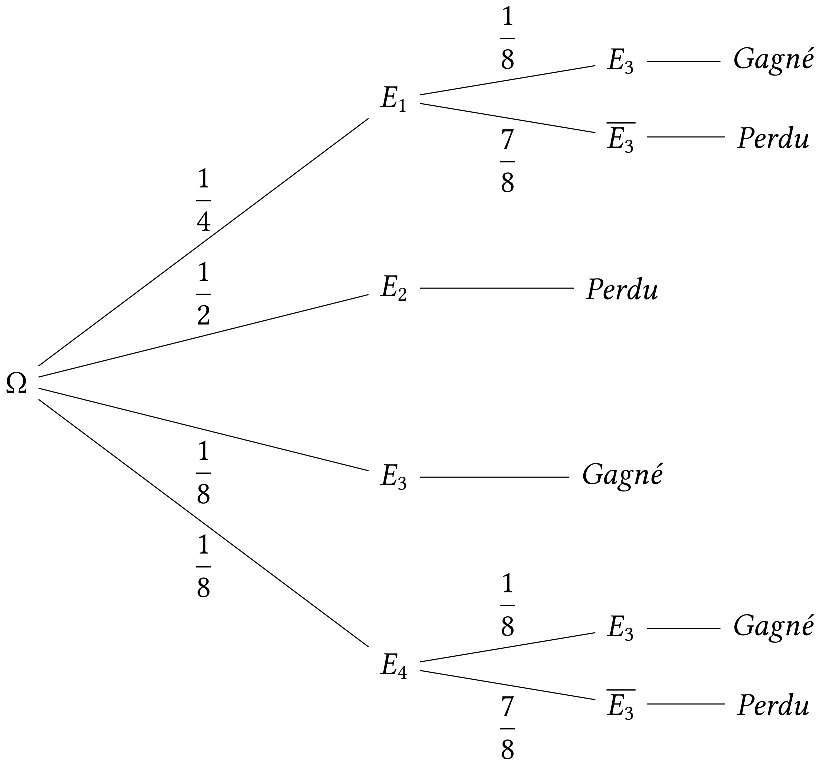
$g(-x) = \sqrt[3]{\left((-x)-1\right)^2} = \sqrt[3]{\left((-1)(x+1)\right)^2} = \sqrt[3]{(-1)^2(x+1)^2} = \sqrt[3]{(x+1)^2} \neq g(x)$.

Donc g n'est pas paire.

Question 7 : ?FFF

On calcule : $p(E_1) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ $\quad p(E_2) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ $\quad p(E_3) = \frac{1}{8}$ $\quad p(E_4) = \frac{1}{8}$

La règle du jeu permet de construire l'arbre de probabilités ci-dessous :



- *Au premier lancer de fléchette, $P(B \cup V) = \frac{1}{3}$*

Les événements B et V ne sont pas définis dans l'énoncé.

- *La probabilité de gagner un cadeau est inférieure à 0,15.* ***Faux***

$$\begin{aligned} p(\textit{Gagné}) &= p(E_1 \cap E_3) + p(E_3) + p(E_4 \cap E_3) \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \times \frac{1}{8} \simeq 0{,}17 > 0{,}15 \end{aligned}$$

- *La probabilité de lancer deux fléchettes est de $\frac{2}{3}$* ***Faux***

$$\begin{aligned} p(\textit{Lancer 2 fléchettes}) &= p(E_1) + p(E_4) \\ &= \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8} \end{aligned}$$

- *La probabilité de tomber deux fois dans la zone 4 est de $\frac{2}{8}$* ***Faux***

$$\begin{aligned} p(\textit{Tomber 2 fois dans zone 4}) &= p(E_4) \times p(E_4) \\ &= \frac{1}{8} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{64} \end{aligned}$$

Question 8 : VVFV

➋ $h'(0) = f'(0)$ ***Vrai***

$h'(0) = f'(0) + g'(0) = f'(0) + (7)' = f'(0) + 0 = f'(0)$

➋ *La fonction f admet deux extrema.* ***Vrai***

$f'(x) = 6x^2 - 12x = 6x(x-2)$. Ce polynôme s'annule deux fois en changeant de signe en 0 et en 2, donc f admet bien deux extrema.

➋ *La fonction f admet un maximum en* $(2\,;-6)$. ***Faux***

$f'(x)$ est un polynôme de degré 2 admettant deux racines distinctes donc $f'(x)$ est toujours du signe de $a = 6$ sauf entre ses deux racines.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
Variations de f		$\nearrow$	2	$\searrow$	-6	$\nearrow$	

Au point d'abscisse $x = 0$, f admet un maximum qui est $f(0) = 2 \times 0^3 - 6 \times 0^2 + 2 = 2$.
Au point d'abscisse $x = 2$, f admet un minimum qui est $f(2) = 2 \times 2^3 - 6 \times 2^2 + 2 = -6$.

➋ $f(x) = 0$ *possède 3 solutions et* $h(x) = 0$ *possède une seule solution.* ***Vrai***

La limite à l'infini d'un polynôme étant infini, on a :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
Variations de f	$-\infty$	$\nearrow$ 0 $\nearrow$	2	$\searrow$ 0 $\searrow$	-6	$\nearrow$ 0 $\nearrow$	$+\infty$

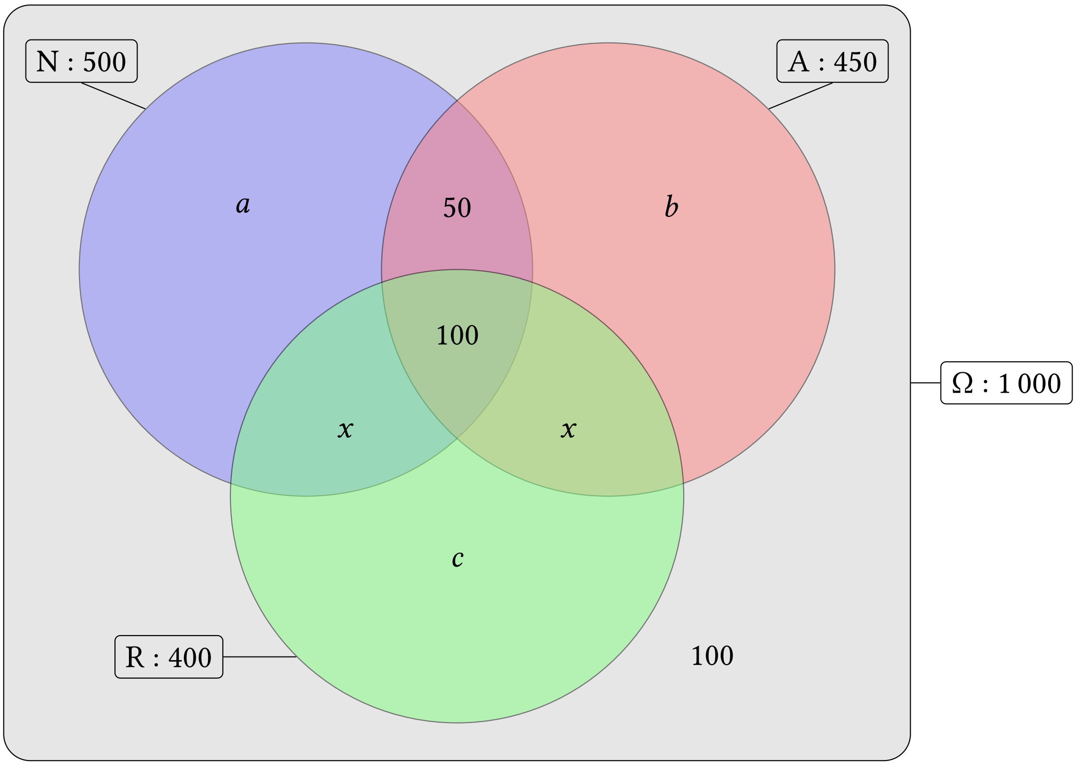
Donc l'équation $f(x) = 0$ possède bien trois solutions.
Concernant $h(x) = f(x) + g(x) = f(x) + 7$, h et f ont la même dérivée et donc les mêmes variations. Seules les valeurs des extremums changent puisque $h(0) = f(0) + 7 = 9$ et $h(2) = f(2) + 7 = 1$.
Par conséquent le tableau de variations de h est le suivant :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
Variations de h	$-\infty$	$\nearrow$ 0 $\nearrow$	9	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Donc l'équation $h(x) = 0$ admet une seule et unique solution.

Question 9 : FFVF

Supposons que l'effectif total est de 1 000 foyers. Le diagramme de Venn est alors le suivant :



D'où le système :

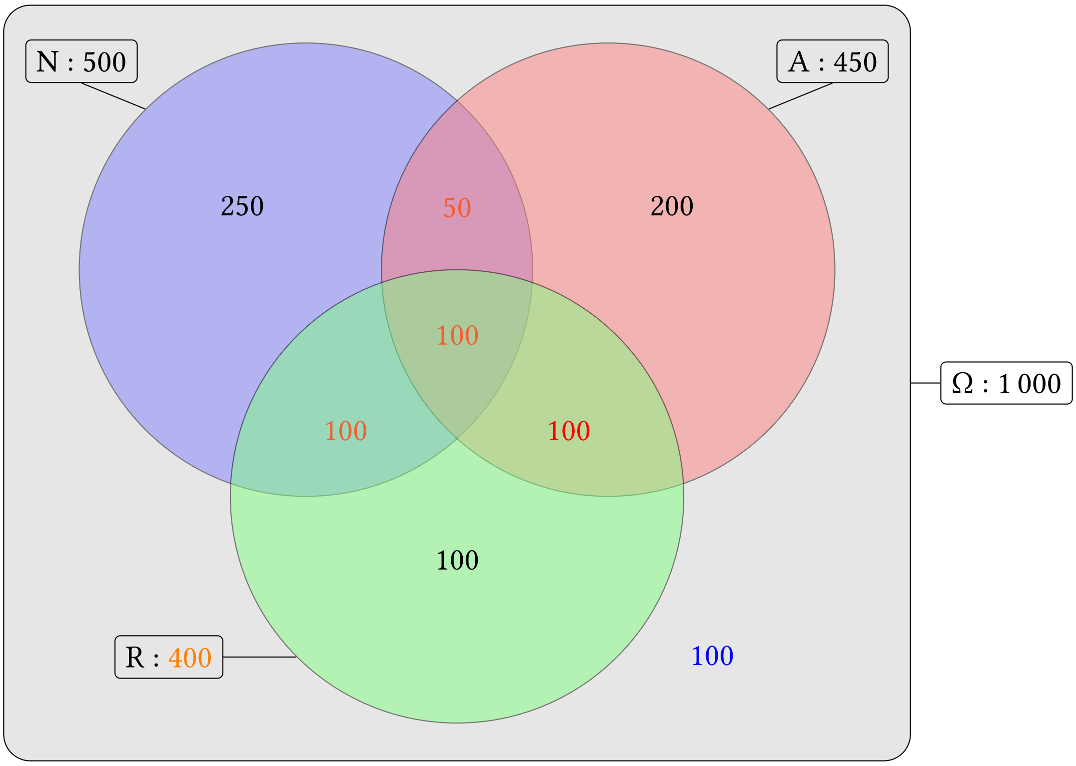
$$\begin{cases} a+x+50+100 & =500 \\ b+x+50+100 & =450 \\ c+x+x+100 & =400 \\ a+b+c+x+x+50+100+100 & =1\,000 \end{cases} \iff \begin{cases} a+x & =350 \ ① \\ b+x & =300 \ ② \\ c+2x & =300 \ ③ \\ a+b+c+2x & =750 \ ④ \end{cases}$$

De ①+②+③, il vient : $a+b+c+4x=950$ ⑤.
Puis, de ⑤ − ④, on obtient : $2x=200 \iff x=100$.

On peut alors déduire :

- de ① que $a=350-100=250$,
- de ② que $b=300-100=200$,
- et de ③ que $c=300-2\times 100=100$.

Le diagramme de Venn ainsi complété est alors le suivant :



➜ *La probabilité d'être abonné à au moins une plateforme est égale à 0,8.* ***Faux***

La probabilité d'être abonné à au moins une plateforme est égale à $\dfrac{1\,000 - 100}{1\,000} = 0{,}9$.

➜ *La probabilité d'être abonné à A et R sans N est de 0,15.* ***Faux***

La probabilité d'être abonné à A et R sans N est égale à $\dfrac{100}{1\,000} = 0{,}1$.

➜ *La probabilité d'être abonné à deux plateformes ou plus est de 0,35.* ***Vrai***

La probabilité d'être abonné à deux plateformes ou trois plateformes est égale à :

$$\begin{aligned}\frac{100+100+100+50}{1\,000} &= \frac{350}{1\,000}\\ &= 0{,}35\end{aligned}$$

➜ *La probabilité d'être abonné à R est de 0,1.* ***Faux***

La probabilité d'être abonné à R est égale à $\dfrac{400}{1\,000} = 0{,}4$

Question 10 : VFVF

La fonction Y est toujours croissante sur $[2\,;8]$ ***Vrai***

$Y'(x) = 6ax^5$. Comme a est positif, alors $Y'(x) > 0$ si $x \in [2\,;8]$ donc Y est croissante sur $[2\,;8]$.

Le domaine de définition de Y est $]0\,;+\infty[$ ***Faux***

Y est une fonction polynôme donc Y est définie sur $\mathbb{R}$.

La courbe représentative de la fonction G définie par $G(x) = 6ax$ admet deux points d'intersection avec la courbe représentative de la fonction Y, quelle que soit la valeur de $a > 0$. ***Vrai***

Les abscisses des points d'intersection entre les courbes représentatives de Y et de G sont les solutions de l'équation $Y(x) = G(x)$.

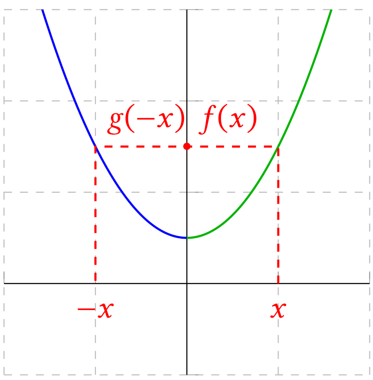
$$\begin{aligned} Y(x) = G(x) &\iff ax^6 = 6ax \\ &\iff ax^6 - 6ax = 0 \\ &\iff ax(x^5 - 6) = 0 \\ &\iff ax = 0 \quad \text{ou} \quad x^5 - 6 = 0 \\ &\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad x = \sqrt[5]{6} \end{aligned}$$

Cette équation admettant deux solutions distinctes, les courbes représentatives de Y et de G se coupent bien deux fois quelque soit la valeur de a.

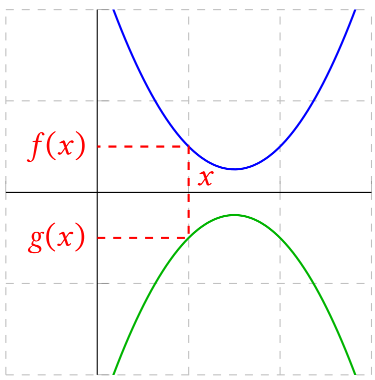
Soit la fonction $H(x) = -ax^6$ avec $a > 0$. Les courbes représentatives des fonctions H et Y sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées. ***Faux***

Si $Y(-x) = H(x)$ alors H et Y sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées.
Or $Y(-x) = a(-x)^6 = ax^6 = Y(x) \neq -ax^6$ donc les courbes représentatives des fonctions H et Y ne sont pas symétriques par rapport à l'axe des ordonnées.
Par ailleurs, $H(x) = -Y(x)$ donc pour une même abscisse x, $H(x)$ et $Y(x)$ sont opposés donc les courbes représentatives des fonctions H et Y sont symétriques par rapport à l'axe des abscisses.

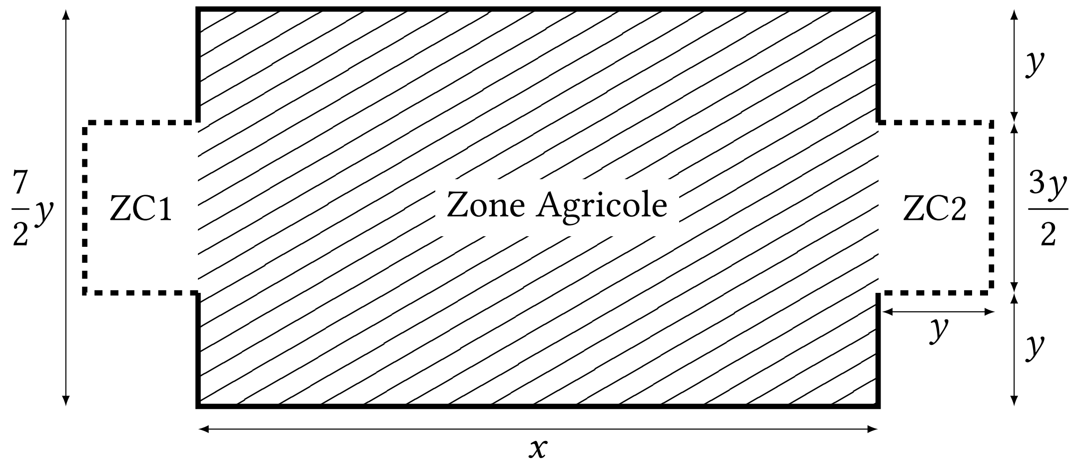
Symétrie par rapport à l'axe des ordonnées



Symétrie par rapport à l'axe des abscisses



Question 11 : FVFV



Il existe une valeur de p telle que la surface de la zone agricole est égale à celle de l'ensemble des zones constructibles. ***Faux***

Notons $\mathscr{S}_{ZC}$ la somme des surfaces des deux zones constructibles ZC1 et ZC2 et $\mathscr{S}_A$ la surface de la zone agricole, alors :

$$\begin{aligned}
\mathscr{S}_A = \mathscr{S}_{ZC} &\iff \mathscr{S}_A = \mathscr{S}_{ZC1} + \mathscr{S}_{ZC2} \\
&\iff x \times \left(y + \frac{3}{2}y + y \right) = y \times \frac{3}{\cancel{2}}y \times \cancel{2} \\
&\iff \frac{7}{2}xy = 3y^2 \\
&\iff 6y^2 - 7xy = 0 \\
&\iff y(6y - 7x) = 0 \\
&\iff y = 0 \quad \text{ou} \quad 6y - 7x = 0 \\
&\iff px = 0 \quad \text{ou} \quad 6px - 7x = 0 \quad \text{car } y = px
\end{aligned}$$

$x = 0$ ou $p = 0$ étant impossible car $x > 0$ et $0 < p < 1$ alors seul $6px - 7x = 0 \iff p = \frac{7\cancel{x}}{6\cancel{x}} = \frac{7}{6}$ peut convenir. Or $0 < p < 1$, donc il n'existe pas de valeur de p telle que la zone agricole et la somme des zones constructibles aient des surfaces égales.

Il existe une valeur de p telle que la surface totale des zones constructibles est égale à 25 % de la surface du terrain. ***Vrai***

$$\begin{aligned}
\mathscr{S}_{ZC} = 0{,}25 \times \mathscr{S}_{\text{terrain}} &\iff \mathscr{S}_{ZC} = 0{,}25\left(\mathscr{S}_{ZC} + \mathscr{S}_A\right) \\
&\iff \mathscr{S}_{ZC} = 0{,}25\mathscr{S}_{ZC} + 0{,}25\mathscr{S}_A \\
&\iff \mathscr{S}_{ZC} - 0{,}25\mathscr{S}_{ZC} = 0{,}25\mathscr{S}_A \\
&\iff 0{,}75\mathscr{S}_{ZC} = 0{,}25\mathscr{S}_A \\
&\iff \frac{0{,}75}{0{,}25}\mathscr{S}_{ZC} = \mathscr{S}_A \\
&\iff 3\mathscr{S}_{ZC} = \mathscr{S}_A
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
3\mathscr{S}_{ZC} = \mathscr{S}_A &\iff 3\times 3y^2 = \frac{7}{2}xy \\
&\iff 18y^2 - 7xy = 0 \\
&\iff y(18y-7x) = 0 \\
&\iff y = 0 \quad \text{ou} \quad 18y - 7x = 0 \\
&\iff px = 0 : \text{impossible} \quad \text{ou} \quad 18px - 7x = 0 \\
&\iff p = \frac{7x}{18x} = \boxed{\frac{7}{18}} < 1
\end{aligned}
$$

➋ *Si $y = 8$ mètres, alors un acheteur doit payer 12 000 euros pour acquérir la Zone 1.* ***Faux***
Soit $\mathscr{P}_{ZC1}$ le prix total d'acquisition de la Zone 1 alors celui-ci se décompose de la façon suivante :

$$
\begin{aligned}
\mathscr{P}_{ZC1} &= \textit{Prix du terrain} + \textit{Prix de la clôture} + \textit{Frais administratifs} \\
&= \mathscr{S}_{ZC1}\times 100 + \textit{Périmètre de ZC1}\times 15 + 1\,360 \\
&= \frac{3}{2}y^2\times 100 + 2\times\left(y + \frac{3}{2}\right)y\times 15 + 1\,360 \\
&= 150y^2 + 30y + \frac{90}{2}y + 1\,360 \\
&= 150y^2 + 75y + 1\,360 \\
&= 150\times 8^2 + 75\times 8 + 1\,360 = \boxed{11\,560€}
\end{aligned}
$$

➋ *Si un acheteur paie 19 000 euros pour acquérir la Zone 1, alors y est inférieur à 11 mètres.* ***Vrai***
On peut résoudre l'équation :

$$
\begin{aligned}
\mathscr{P}_{ZC1} = 19\,000 &\iff 150y^2 + 75y + 1\,360 = 19\,000 \\
&\iff 150y^2 + 75y - 17\,640 = 0
\end{aligned}
$$

$\Delta = 75^2 - 4\times 150\times(-17\,640) = 10\,589\,625 > 0$ et $x_1 \simeq -11{,}1 < 0$ et $\boxed{x_2 \simeq 10{,}6 < 11}$

Question 12 : FFFF

➋ *$y = p \times x$ avec $p = \dfrac{1}{3}$* ***Faux***

Si la zone agricole est carrée alors :

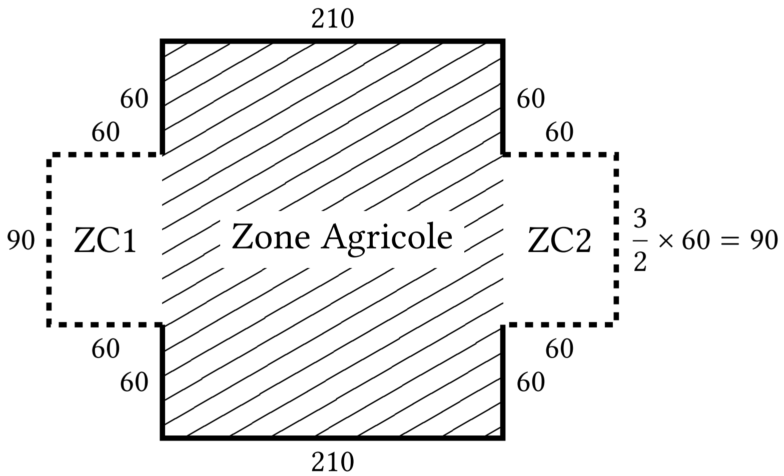
$$\begin{aligned} x = \frac{7}{2}y &\iff x = \frac{7}{2}px \\ &\iff p = \frac{\cancel{x}}{\frac{7}{2}\cancel{x}} = \boxed{\frac{2}{7}} \end{aligned}$$

➋ *Si M. Dupont souhaite planter 300 arbres pour contourner la totalité de son terrain, alors la distance d qui sépare deux arbres successifs sera de 3,5 mètres.* ***Faux***

Si la zone agricole est carrée et a une surface de $44\,100$ m^2 alors :

$x^2 = 44\,100 \implies x = \sqrt{44\,100} = 210$ mètres et $y = px = \dfrac{2}{7} \times 210 = 60$ mètres.

Le terrain a alors les dimensions suivantes :



Son périmètre est $P = 210 \times 2 + 60 \times 8 + 90 \times 2 = 1\,080$ mètres et la distance entre deux arbres successifs est donc $d = \dfrac{1\,080}{300} = \boxed{3{,}6 \text{ mètres}}$

➋ *Si M. Dupont souhaite contourner uniquement la façade extérieure de la zone agricole d'arbres de Type A avec une distance de trois mètres qui sépare deux arbres successifs, alors le prix d'achat de ces arbres est égal à 200 euros.* ***Faux***

Le périmètre de la facade extérieure de la zone agricole en trait plein gras sur la figure est égal à $210 \times 2 + 60 \times 4 = 660$ mètres. Comme $d = 3$ mètres, il faut que M. Dupont achète $\dfrac{660}{3} = 220$ arbres.

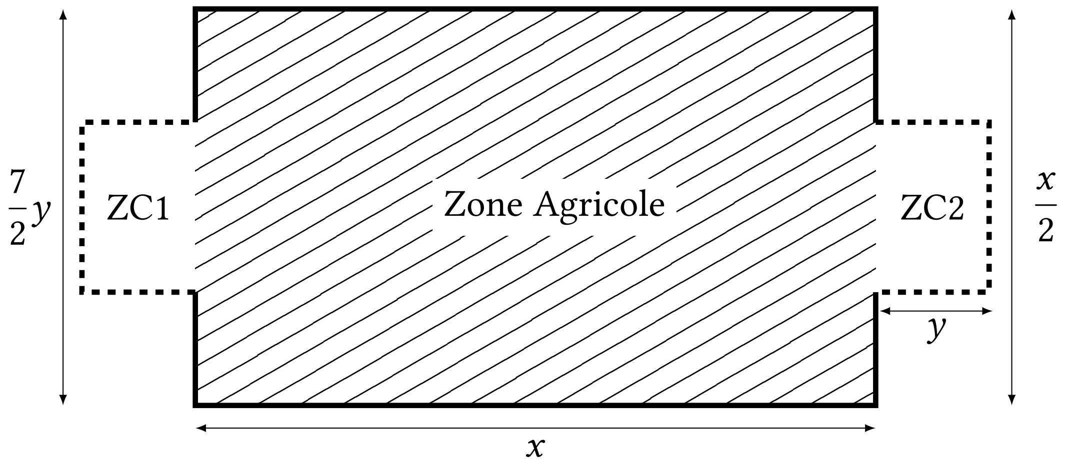
Un lot de Type A à 8€ contenant 10 arbres, la dépense de M. Dupont s'élève à $\dfrac{220}{10} \times 8 = \boxed{176 \text{ euros}}$

➋ *Si M. Dupont souhaite contourner la façade extérieure de la zone constructible d'arbres de Type B avec une distance de six mètres qui sépare deux arbres successifs, alors le prix d'achat de ces arbres est égal à 144 euros.* ***Faux***

Le périmètre de la facade extérieure de la zone constructible en trait pointillés gras sur la figure est égal à $90 \times 2 + 60 \times 4 = 420$ mètres. Comme $d = 6$ mètres, il faut que M. Dupont achète $\dfrac{420}{6} = 70$ arbres.

Un lot de Type B à 9€ contenant 5 arbres, la dépense de M. Dupont s'élève à $\dfrac{70}{5} \times 9 = \boxed{136 \text{ euros}}$

❯ Question 13 : FVVV



➋ *La longueur de la zone est égale à 25 mètres.* ***Faux***

La surface totale des deux zones constructibles étant de 300 m², on a :

$\mathscr{S}_{ZC} = 300 \iff 300 = 3y^2 \iff y^2 = \frac{300}{3} = 100$. Donc $y = \sqrt{100} = 10$ mètres.

Or, la zone agricole est rectangulaire de longueur x égale au double de sa largeur, par conséquent :

$\frac{x}{2} = \frac{7}{2}y \iff x = 7y \iff x = 7 \times 10 = \boxed{70 \text{ mètres}}$

➋ *$y = p \times x$ avec $p = \frac{1}{7}$* ***Vrai***

$\frac{x}{2} = \frac{7}{2}y \iff x = 7px \iff \boxed{p = \frac{1}{7}}$

➋ *Le nombre d'arbres m que M. Dupont devrait planter est égal à 50.* ***Vrai***

La surface de la zone agricole est $\mathscr{S}_{ZA} = x \times \frac{x}{2} = 70 \times \frac{70}{2} = 2\,450$ m² que l'on découpe en m parcelles de 49 m² chacune soit $m = \frac{2\,450}{49} = 50$ parcelles. Comme il y a un seul et unique arbre planté au centre de chaque parcelle, il faut que M. Dupont acquière 50 arbres.

➋ *Si M. Dupont fixait un montant de 80 euros pour l'achat des arbres, alors il pourrait acheter pour 72 euros d'arbres de type B et pour le reste des arbres de type A.* ***Vrai***

Si M. Dupont achète pour 72€ d'arbres de Type B à 9€ le lot, il achète alors $\frac{72}{9} = 8$ lots de 5 arbres soit $5 \times 8 = 40$ arbres.
Il lui reste 8€ sur ces 80€ pour acheter un lot de Type A qui contient 10 arbres. Il aura bien acheter $40 + 10 = 50$ arbres.

Question 14 : VFVF

Si M. Dupont réduit la surface des parcelles à **25 m²** au lieu de 49, il disposera de $m = \dfrac{2\,450}{25} = 98$ parcelles. Comme il met en culture une parcelle sur deux, il a à sa disposition $\dfrac{98}{2} = \mathbf{49}$ **parcelles** pour sa culture des salades et des choux.
Trois septième de ces 49 parcelles étant consacrées à la culture des salades, il a sur son terrain agricole, $\dfrac{3}{7} \times 49 = 21$ parcelles de salades et $49 - 21 = 28$ parcelles de choux.

	… salades	**… choux**
Nombre de m² consacré aux …	$21 \times 25 = 525\,\text{m}^2$	$28 \times 25 = 700\,\text{m}^2$
Nombre de plants de …	$2 \times 525 = 1\,050$ *(2 par m²)*	700 *(1 par m²)*
Prix d'acquisition des …	$0{,}1 \times 1\,050 = 105$€ *(0,1€ le plant de salade)*	$0{,}2 \times 700 = 140$€ *(0,2€ le plant de chou)*
Quantité d'eau (en L) pour l'arrosage des …	$20 \times 525 \times 5 = 52\,500$ litres *(20 L/m² pendant 5 semaines)*	$35 \times 700 \times 10 = 245\,000$ litres *(35 L/m² pendant 10 semaines)*
Coût en eau pour les … *(1 m³=1000 L et 3,5€/m³)*	$52\,500\,\text{L} = 52{,}5\,\text{m}^3$ donc $52{,}5 \times 3{,}5 = 183{,}75$€	$245\,000\,\text{L} = 245\,\text{m}^3$ donc $245 \times 3{,}5 = 857{,}50$€
Temps nécessaire pour planter et récolter les …	$\left(1 + \dfrac{1}{3}\right) \times 21 = 28$ heures *(1 h et 20 min par parcelle)*	$\left(\dfrac{3}{4} + \dfrac{1}{2}\right) \times 28 = 35$ heures *(45 min et 30 min par parcelle)*
Coût de l'ouvrier pour les … *(10,25 € de l'heure)*	$28 \times 10{,}25 = 287$€	$35 \times 10{,}25 = 358{,}75$€

➊ *Toutes les 5 semaines, le nombre de salades récoltées est égal à 1 050.* ***Vrai***
Voir le tableau.

➊ *Pour cultiver, récolter, et transporter les choux produits, M. Dupont doit payer 385,75 euros à l'ouvrier.* ***Faux***
Il doit payer 358,75 euros à l'ouvrier pour sa culture des choux.

➊ *Le coût de l'eau pour arroser les salades produites est égal à 183,75 euros.* ***Vrai***
Voir le tableau.

➊ *Le coût unitaire de production d'un chou est supérieur à 2 euros.* ***Faux***

$$\textit{Coût unitaire d'un chou} = \frac{\textit{Charges totales pour les choux}}{\textit{Quantité totale de choux}} = \frac{140 + 857{,}5 + 358{,}75}{700} = 1{,}937\,5\text{€}.$$

Question 15 : VFFF

Le coût unitaire de production d'une salade reste identique à celui qu'on a pu calculer lorsqu'uniquement 3/7 des parcelles étaient cultivés avec des salades. ***Vrai***

Dans la situation précédente, le coût unitaire de production d'une salade était de :

$$\textit{Coût unitaire d'une salade} = \frac{\textit{Charges totales des salades}}{\textit{Quantité totales de salades}} = \frac{105 + 183{,}75 + 287}{1\,050} = \boxed{0{,}548\,3...€}$$

Si M. Dupont consacre l'intégralité de ses 49 parcelles cultivables à la culture des salades, il va planter $49 \times 25 \times 2 = 2\,450$ salades sur $49 \times 25 = 1\,225\,\text{m}^2$ de terrain. Le coût unitaire de production d'une salade est alors de :

$$\textit{Coût unitaire d'une salade} = \frac{\overbrace{2\,450 \times 0{,}1}^{\text{acquisition}} + \overbrace{20 \times 1225 \times 5 \times 0{,}003\,5}^{\text{arrosage à 0,003 5 euros le litres}} + \overbrace{\left(1 + \frac{1}{3}\right) \times 49 \times 10{,}25}^{\text{salaire de l'ouvrier}}}{2\,450} = \boxed{0{,}548\,3...€}$$

M. Dupont vend chaque salade produite à 0,458 euros. ***Faux***

Chaque salade est vendue avec un bénéfice de 20 % donc le prix de vente d'une salade est de :
$0{,}548\,3 \times 1{,}2 = 0{,}657\,96€$.

Monsieur Dupont pouvant faire 10 récoltes par an, son bénéfice annuel lié à la vente des salades est supérieur à 2 800 euros. ***Faux***

M. Dupont faisant 10 récoltes par an, vendant 2 450 salades par récolte et bénéficiant de 20 % de marge par salade, son bénéfice annuel sur l'ensemble des salades vendues s'élève à :
$10 \times 2\,450 \times 0{,}548\,3 \times 0{,}2 = \boxed{2\,686{,}67€}$

Si les frais occasionnés en magasin représentent 32 % du prix de vente et si le coût de transport d'une salade est inférieur à 0,08 euro alors la grande surface dégage un bénéfice. ***Faux***

32 % du prix de vente étant représenté par les frais occasionés en magasin, ceux-ci s'élève à
$0{,}32 \times 0{,}99 = 0{,}316\,8€$ par salade.
Par ailleurs, la grande surface achète la salade à M. Dupont au prix de $0{,}657\,96€$.
Son bénéfice par salade (hors frais de transport) est donc de $0{,}99 - 0{,}316\,8 - 0{,}657\,96 = 0{,}015\,24€$.
Si le coût de transport s'élève au maximum à $0{,}08€$ par salade alors la grande surface peut perdre de l'argent et vendre à perte si ces coûts deviennent supérieur à $0{,}015\,24€$.