Concours ACCÈS 2023

Corrigé de l'épreuve de Raisonnement Logique et Mathématiques

© *Mathieu Pons*
@ contact@mathete.net

Liste des exercices

Partie 1 - Raisonnement logique

☰ Exercice 1 : VFFF

En notant par les initiales de leurs prénoms respectifs les poids de chaque membre de la famille, on sait que :

① Pierre pèse plus que sa mère Véronique soit $V < P$

② Louis pèse la moitié du poids de Véronique soit $L = \dfrac{V}{2} \iff V = 2L \implies L < V$

③ Élise pèse plus que Louis et pèse moins que Simon soit $L < E < S$

④ Le poids de Simon est le tiers du poids de son père Yves qui pèse lui-même plus que son épouse Véronique soit $S = \dfrac{Y}{3} \iff Y = 3S \implies S < Y$ et $V < Y$

➋ *Item A :* *Louis a le poids le plus faible de la famille.* ***Vrai***

D'après ① et ② : $L < V < P$
D'après ③ et ④ : $L < E < S < Y$
Le poids de Louis est bien inférieur au poids des cinq autres membres de sa famille.

➋ *Item B :* *Dans la famille, Yves a le poids le plus élevé.* ***Faux***

On a $L < E < S < Y$ et, d'après ④ $V < Y$, d'après ① $V < P$, mais rien de ne permet d'affirmer que $P < Y$.

➋ *Item C :* *Le poids d'Yves est égal à une fois et demie celui de sa femme.* ***Faux***

D'après ③, on a $L < E < S \implies L < S \overset{②\text{ et }④}{\implies} \dfrac{V}{2} < \dfrac{Y}{3} \overset{\times 3}{\implies} \dfrac{3}{2}V < Y$.

Le poids d'Yves est donc supérieur à une fois et demie celui de sa femme Véronique.

➋ *Item D :* *Simon et Élise réunis pèsent plus que leur père.* ***Faux***

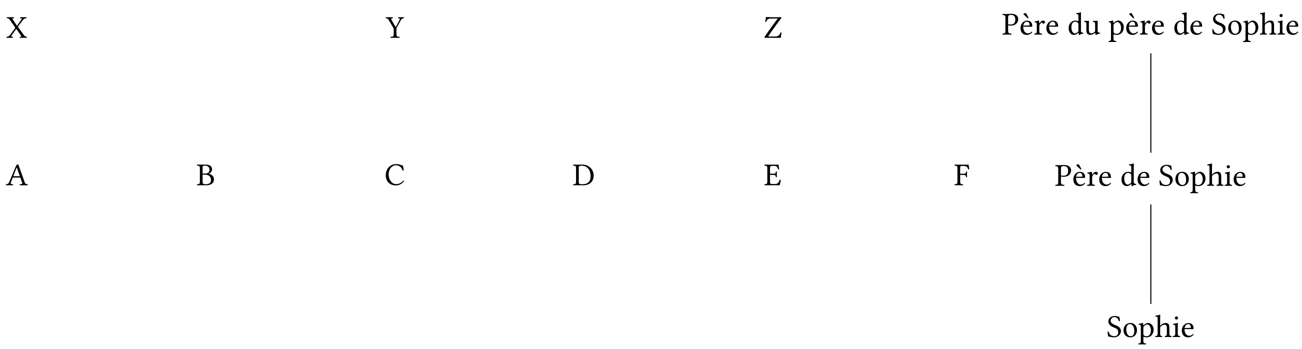
D'après ③, on a :

$$\begin{aligned} E < S &\iff E + S < S + S \quad \text{(par somme de } S \text{ dans chaque membre)} \\ &\iff E + S < 2S < \underbrace{3S = Y}_{\text{d'après ④}} \\ &\iff E + S < Y \end{aligned}$$

Simon et Élise réunis pèsent donc moins que leur père Yves.

≡ Exercice 2 : VVFF

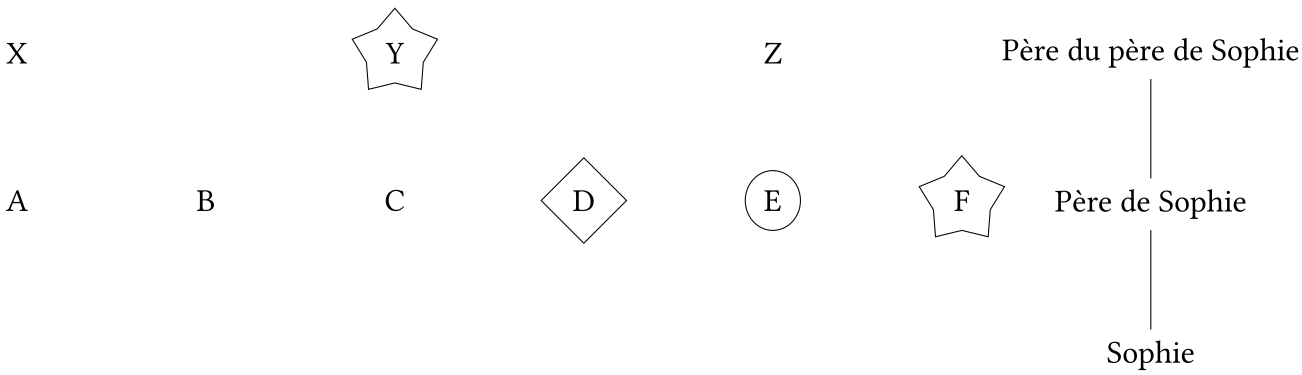
On note par les initiales de leurs prénoms respectifs chaque membre de la famille. Ainsi, le père de Sophie avait trois oncles X, Y, Z qui ont eu eux-mêmes six enfants A, B, C, D, E, F permet d'envisager l'arbre généalogique suivant :



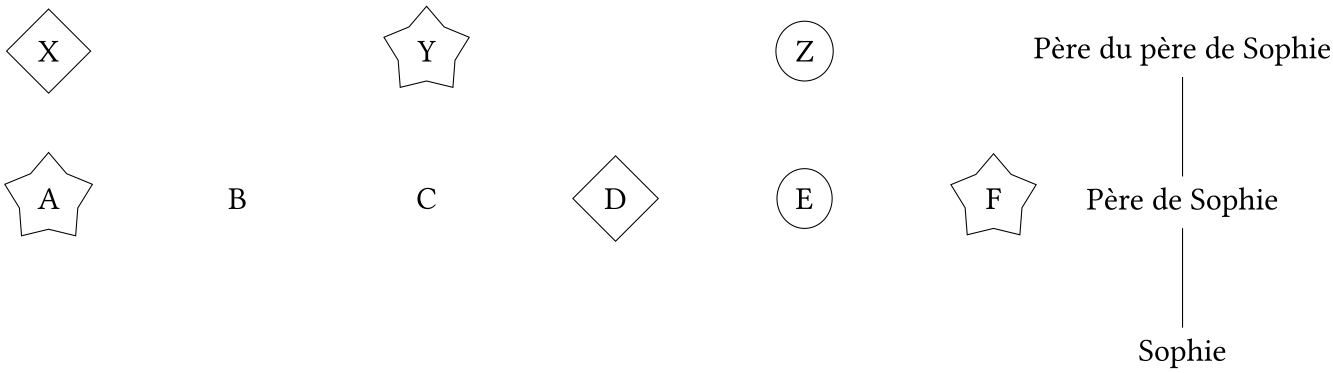
Traitons à présent les informations de l'énoncé :

- Yves a eu la famille la plus nombreuse → Y
- Émilie est enfant unique → E et est donc la fille de X ou de Z
- Damien n'a qu'un frère et pas de sœur et fait donc partie d'une famille a 2 enfants → D

  Par ailleurs, comme il n'a pas de sœur et qu'Émilie est enfant unique, Florence fait forcément partie de la famille a 3 enfants qui est la plus nombreuse → F



- Florence est la sœur d'Alexis et a un autre frère → A
- Xavier n'a pas eu de fille, c'est donc le père de Damien et par conséquent Zénobe n'a eu qu'un enfant et est le père d'Émilie → X et Z



- Le seul frère de Cédric est plus âgé que Bastien
  L'unique frère de Cédric peut être Damien ou Alexis, rien ne permet de le décider et il y a donc deux configurations de famille possibles → B et C ou B et C

➜ *Item A :* *Le père d'Émilie avait trois frères.* ***Vrai***
Le père d'Émilie est Zénobe qui avait bien trois frères qui sont Xavier, Yves et le père du père de Sophie.

➜ *Item B :* *Yves a eu 3 enfants.* ***Vrai***
Yves a eu 3 enfants qui sont Alexis, Florence et Bastien ou Cédric

➜ *Item C :* *Le frère de Damien est Cédric.* ***Faux***
Rien ne permet de l'affirmer. Cela peut tout aussi bien être Bastien.

➜ *Item D :* *Le grand-père de Sophie s'appelait Yves.* ***Faux***
Nous n'avons pas d'informations sur le nom du grand-père de Sophie qui est le père de son père.

≡ Exercice 3 : VVFF

Item A : *127 parties ont dû être organisées pour décider du vainqueur du tournoi.* ***Vrai***

S'il y a 128 joueurs au départ du tournoi alors celui-ci se déroule de la façon suivante :

- 1^{er} tour : 64 parties permettant d'éliminer 64 joueurs et d'en garder 64 pour le tour suivant ;
- $2^{\text{ième}}$ tour : 32 parties pour 32 joueurs éliminés et 32 conservés ;
- $3^{\text{ième}}$ tour : 16 parties pour 16 joueurs éliminés et 16 conservés ;
- $4^{\text{ième}}$ tour : 8 parties pour 8 joueurs éliminés et 8 conservés ;
- $5^{\text{ième}}$ tour : 4 parties pour 4 joueurs éliminés et 4 conservés ;
- $6^{\text{ième}}$ tour : 2 parties pour 2 joueurs éliminés et 2 conservés ;
- $7^{\text{ième}}$ tour : la finale qui désigne le vainqueur du tournoi ;

Il y aura eu en tout $64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 127$ parties pour décider du vainqueur du tournoi.

Item B : *Le nombre moyen de coups joués par partie est supérieur à 25.* ***Vrai***

6 300 coups ont été joué lors du tournoi pour 127 parties organisées, le nombre moyen de coups joués par partie est donc de $\dfrac{6\,300}{127} \simeq 49{,}6 > 25$.

Item C : *Le nombre moyen de parties par joueur est supérieur à 2.* ***Faux***

Il y a eu 127 parties lors du tournoi mais certains joueurs ont joué plusieurs parties, ainsi :

- les 2 finalistes ont joué 7 parties chacun ;
- les 2 joueurs éliminés à l'issue du $6^{\text{ième}}$ tour ont joué 6 parties chacun ;
- les 4 joueurs éliminés à l'issue du $5^{\text{ième}}$ tour ont joué 5 parties chacun ;
- les 8 joueurs éliminés à l'issue du $4^{\text{ième}}$ tour ont joué 4 parties chacun ;
- les 16 joueurs éliminés à l'issue du $3^{\text{ième}}$ tour ont joué 3 parties chacun ;
- les 32 joueurs éliminés à l'issue du $2^{\text{ième}}$ tour ont joué 2 parties chacun ;
- les 64 joueurs éliminés à l'issue du 1^{er} tour n'ont joué qu'une seule et unique partie chacun ;

Le nombre total de parties joués par l'ensemble des 128 joueurs est donc de :

$$2 \times 7 + 2 \times 6 + 4 \times 5 + 8 \times 4 + 16 \times 3 + 32 \times 2 + 64 \times 1 = 254$$

Le nombre moyen de parties par joueur est égal à $\dfrac{254}{128} \simeq 1{,}98 < 2$.

Item D : *Le vainqueur du tournoi aura battu au total 8 adversaires.* ***Faux***

On a vu précédemment que le vainqueur du tournoi a gagné 7 parties donc il a battu 7 adversaires.

≡ Exercice 4 : VFFF

On note x, y, z, t, u les parts de chaque descendant. Par ailleurs, on sait que chaque descendant recevrait la même part soit $\dfrac{150\,000}{5} = 30\,000$ € si :

① le père donnait 10 000 € de plus au premier d'où $x + 10\,000 = 30\,000$

② le père reprenait 1 000 € au deuxième d'où $y - 1\,000 = 30\,000$

③ le père multipliait par 1,5 la part du troisième d'où $1{,}5z = 30\,000$

④ le père divisait la part du quatrième par 1,5 d'où $\dfrac{t}{1{,}5} = 30\,000$

⑤ le père reprenait 4 000 € au cinquièmed'où $u - 4\,000 = 30\,000$

Item A : *Le premier et le troisième ont reçu des parts d'une valeur identique.* ***Vrai***

Le premier a reçu $x = 30\,000 - 10\,000 = 20\,000$ € et le troisième $z = \dfrac{30\,000}{1{,}5} = 20\,000$ €.

Item B : *C'est le deuxième qui a reçu la part la plus élevée.* ***Faux***

Les trois autres descendant ont reçu :

- $y = 30\,000 + 1\,000 = 31\,000$ € pour le deuxième
- $t = 1{,}5 \times 30\,000 = 45\,000$ € pour le quatrième
- $u = 30\,000 + 4\,000 = 34\,000$ € pour le cinquième

Ainsi le tableau des parts attribués par le père est le suivant :

Le …	premier	troisième	deuxième	cinquième	quatrième
a reçu …	20 000 €	20 000 €	31 000 €	34 000 €	45 000 €

C'est donc le quatrième qui a reçu la part la plus importante.

Item C : *La part la plus élevée est égale à 1,5 fois la 2ième part la plus élevée.* ***Faux***

1,5 fois la part du cinquième donne $1{,}5 \times 34\,000 = 51\,000 \neq 45\,000$.

Item D : *La moyenne des parts léguées est de 28 500 €.* ***Faux***

La moyenne des parts léguées est de $\dfrac{150\,000}{5} = 30\,000$ €.

≡ Exercice 5 : VFFV

La facture de M. Xavier se présente de la façon suivante :

Frais de repas et de déplacement	100 €
Plein tarif pour les 10 premiers participants	10×100 €
Tarif réduit pour les n participants suivants	$n \times 20$ €
TOTAL	1 200 €

On a alors $1\,100 + 20n = 1\,200 \iff n = \dfrac{1\,200 - 1\,100}{20} = 5$. Il y a donc $10 + 5 = 15$ salariés qui ont suivi la formation de M. Xavier (c'est-à-dire la formation A). Sachant que 30 salariés ont participé à une et une seule des deux formations proposés, que 160 salariés n'ont participé à aucune formation et qu'il y a 200 salariés dans l'entreprise, on peut dresser le tableau d'effectifs des formations suivant :

	A	$\overline{A}$	TOTAL
B	$15 - 5 = \mathbf{10}$	$185 - 160 = 25$	35
$\overline{B}$	$30 - 25 = \mathbf{5}$	160	165
TOTAL	15	$200 - 15 = \mathbf{185}$	200

➜ ***Item A :** 10 salariés ont suivi les deux formations proposées. **Vrai***

D'après lecture du tableau précédent.

➜ ***Item B :** 20 salariés ont suivi la formation de M. Xavier. **Faux***

Ils sont 15 salariés à avoir suivi la formation de M. Xavier.

➜ ***Item C :** Mme Dupond a encaissé au total 2 300 €. **Faux***

La facture de Mme Dupond est la suivante sachant que 35 salariés ont participé à sa formation dont 15 d'entre eux ont payé plein tarif et que par conséquent 20 ont payé un tarif réduit :

Frais de repas et de déplacement	200 €
Plein tarif pour les 15 premiers participants	15×120 €
Tarif réduit pour les 20 participants suivants	20×25 €
TOTAL	2 500 €

➜ ***Item D :** Compte tenu de l'aide reçue, ces formations n'ont coûté à l'entreprise qu'une somme équivalente aux frais de repas et de déplacement des intervenants. **Vrai***

Compte tenue de l'aide de 3 400 € reçue par l'entreprise, la somme totale engagée par celle-ci pour les deux formations est de $1\,200 + 2\,500 - 3\,400 = 300$ €, ce qui est bien égal à la somme des frais de repas et de déplacement des deux intervenants $(200 + 100)$.

Partie 2 - Raisonnement mathématique

≡ Exercice 6 : FVVV

Item A : *f est définie sur* $]1\,;+\infty[$ ***Faux***

$f(x) = x + \ln(-2x+2)$ existe si et seulement si $-2x+2>0 \iff -2x>-2 \overset{\div(-2)}{\iff} x<1$
Par conséquent, $\mathcal{D}_f =]-\infty\,;1[$

Item B : $f'(x) = \dfrac{x}{x-1}$ ***Vrai***

$$\begin{aligned}
\text{Pour tout } x \in \mathcal{D}_f, \text{ on a } f'(x) &= (x)' + (\ln(-2x+2))' \qquad (\ln u)' = \frac{u'}{u}\\
&= 1 + \frac{(-2x+2)'}{-2x+2}\\
&= 1 + \frac{\cancel{-2}}{\cancel{-2}(x-1)}\\
&= 1 \times \frac{x-1}{x-1} + \frac{1}{x-1}\\
&= \frac{x-1+1}{x-1}\\
&= \boxed{\frac{x}{x-1}}
\end{aligned}$$

Item C : *f est concave sur $\mathcal{D}_f$* ***Vrai***

$$\begin{aligned}
\text{Pour tout } x \in \mathcal{D}_f, \text{ on a } f''(x) &= \left(\frac{x}{x-1}\right)' \qquad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}\\
&= \frac{1\times(x-1) - x\times 1}{(x-1)^2}\\
&= \frac{-1}{(x-1)^2} < 0
\end{aligned}$$

La dérivée seconde étant toujours négative sur $\mathcal{D}_f$, f est concave.

Item D : *f admet un maximum en 0.* ***Vrai***

x	$-\infty$		0		1
x		$-$	0	$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖
f		↗	$f(0)$	↘	‖

Le maximum de f est bien atteint en 0 et vaut $f(0) = 0 + \ln(-2\times 0+2) = \ln 2$.

≡ Exercice 7 : VFFF

L'énoncé nous indique que le dé numéro 6 sort une fois sur trois donc $p(6) = \frac{1}{3}$ et que les autres numéros ont chacun la même probabilité de sortir soit $p(1) = p(2) = p(3) = p(4) = p(5)$.
Comme $p(1) + p(2) + p(3) + p(4) + p(5) + p(6) = 1$, on a :

$$\begin{aligned} p(1) + p(2) + p(3) + p(4) + p(5) = 1 - \frac{1}{3} &\iff 5p(i) = \frac{2}{3} \qquad i \in \{1\,;2\,;3\,;4\,;5\} \\ &\iff p(i) = \frac{2}{15} \end{aligned}$$

➜ *Item A :* *Les événements S et A ne sont pas indépendants.* ***Vrai***

Vérifions si $p(A) \times p(S) = p(A \cap S)$, auquel cas S et A seront indépendants.

D'une part, on a $p(A) \times p(S) = p(6) \times p(1) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{15} = \frac{2}{45}$

Et d'autre part, $p(A \cap S) = 0$ car on ne peut pas en lançant ce dé une fois obtenir un 6 et en même temps un 1.

Par conséquent, comme $p(A) \times p(S) \neq p(A \cap S)$, S et A ne sont pas indépendants.

➜ *Item B :* *Les événements T et I sont incompatibles.* ***Faux***

T et I sont incompatibles s'ils ne peuvent pas se réalisés en même temps c'est-à-dire si $p(T \cap I) = 0$.
Or $T \cap I$ est l'événement « le numéro 3 est sorti ET un numéro impair est sorti », d'où
$p(T \cap I) = p(3) = \frac{2}{15} \neq 0$.

Donc T et I ne sont pas incompatibles.

➜ *Item C :* *Les événements S et I sont équiprobables.* ***Faux***

Les événements S et I sont équiprobables s'ils ont la même probabilité de se réaliser c'est-à-dire si $p(S) = p(I)$.
Or $p(S) = p(6) = \frac{1}{3}$ et $p(I) = p(1) + p(3) + p(5) = 3 \times \frac{2}{15} = \frac{2}{5} \neq p(S)$.

Donc S et I ne sont pas équiprobables.

➜ *Item D :* $p(A) = \frac{1}{5}$ ***Faux***

$p(A) = p(1) = \frac{2}{15} \neq \frac{1}{5}$.

≡ Exercice 8 : FVFV

$f(x) = \ln\left(x^2-4\right)$ existe si et seulement si $x^2-4>0 \iff (x-2)(x+2)>0$.

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
x^2-4		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc $\mathcal{D}_f =]-\infty\,;-2[\,\cup\,]2\,;+\infty[$

Item A : *Sur $\mathcal{D}_f$, $f(x) = \ln(x+2)+\ln(x-2)$* ***Faux***

On a bien $\ln\left(x^2-4\right) = \ln(x+2)(x-2) = \ln(x+2)+\ln(x-2)$ car $\ln ab = \ln a + \ln b$.
Mais $\ln(x-2)$ est définie pour tout réel x tel que $x-2>0 \iff x>2$ et par conséquent $\ln(x-2)$ n'est pas définie sur $\mathcal{D}_f$.

En effet, si $x=-3 \in \mathcal{D}_f$ alors $f(-3) = \ln\left((-3)^2-4\right) = \ln(9-4) = \ln 5$ alors que dans l'expression proposée, $\ln(-3-2) = \ln(-5)$ n'existe pas.

Item B : *$\mathcal{D}_f = \mathbb{R}\setminus[-2\,;2]$* ***Vrai***

$\mathcal{D}_f =]-\infty\,;-2[\,\cup\,]2\,;+\infty[\, = \mathbb{R}\setminus[-2\,;2]$ qui se lit « $\mathbb{R}$ privé de l'intervalle $[-2\,;2]$ ».

Item C : *Sur $\mathcal{D}_f$, $f'(x) = \dfrac{2}{x^2-4}$* ***Faux***

$$\begin{aligned}
\text{Pour tout } x \in \mathcal{D}_f, \text{ on a } f'(x) &= \left(\ln\left(x^2-4\right)\right)' \qquad (\ln u)' = \frac{u'}{u}\\
&= \frac{\left(x^2-4\right)'}{(x^2-4)}\\
&= \boxed{\frac{2x}{(x^2-4)}}
\end{aligned}$$

Item D : *f est paire.* ***Vrai***

f est paire si et seulement si pour tout réel $x \in \mathcal{D}_f$, on a $f(-x) = f(x)$ auquel cas la courbe représentative de f sera symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

$$\begin{aligned}
\text{Pour tout réel } x \in \mathcal{D}_f,\ f(-x) &= \ln\left((-x)^2-4\right) \qquad \text{car } (-x)^2 = x^2\\
&= \ln\left(x^2-4\right)\\
&= f(x)
\end{aligned}$$

Donc f est bien une fonction paire.

☰ Exercice 9 : FVVV

Item A : $p(A\cap B)=0{,}16$ ***Faux***
D'après l'énoncé, $p(A\cap B)=0{,}1$

Item B : $p(A\cup B)=0{,}9$ ***Vrai***
$p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)=0{,}2+0{,}8-0{,}1=0{,}9$

Item C : $p(D)=0{,}5$ ***Vrai***

$$\left.\begin{array}{r}p(C\cup D)=p(C)+p(D)-p(C\cap D)\\ C \text{ et } D \text{ indépendants } \Longrightarrow p(C\cap D)=p(C)\times p(D)\end{array}\right\}\Longrightarrow p(C\cup D)=p(C)+p(D)-p(C)\times p(D)$$

Il vient alors :

$$\begin{aligned}0{,}65=0{,}3+p(D)-0{,}3p(D) &\iff 0{,}65-0{,}3=0{,}7p(D)\\ &\iff p(D)=\frac{0{,}35}{0{,}7}\\ &\iff \boxed{p(D)=0{,}5}\end{aligned}$$

Item D : *C et $\overline{D}$ sont des événements indépendants.* ***Vrai***
Dressons un tableau de probabilités :

	C	$\overline{C}$	TOTAL
D	$p(C)\times p(D)=0{,}15$	$0{,}5-0{,}15=0{,}35$	0,5
$\overline{D}$	$0{,}3-0{,}15=0{,}15$	$0{,}7-0{,}35=0{,}35$	0,5
TOTAL	0,3	0,7	1

On constate que $p(C)\times p(\overline{D})=0{,}3\times 0{,}5=0{,}15=p(C\cap\overline{D})$ donc C et $\overline{D}$ sont indépendants.

☰ Exercice 10 : FVFV

➋ ***Item A :*** *L'ensemble de définition est $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$* ***Faux***

$f(x) = \dfrac{x}{1+x^2}$ existe si et seulement si $1 + x^2 \neq 0$, ce qui est vraie pour tout $x \in \mathbb{R}$ donc $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$

➋ ***Item B :*** *On a $f'(x) = \dfrac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$* ***Vrai***

$$\begin{aligned}
\text{Pour tout } x \in \mathcal{D}_f, \text{ on a } f'(x) &= \left(\frac{x}{1+x^2}\right)' \qquad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}\\
&= \frac{1 \times (1+x^2) - x \times 2x}{(1+x^2)^2}\\
&= \frac{1 + x^2 - 2x^2}{(1+x^2)^2}\\
&= \boxed{\frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}}
\end{aligned}$$

➋ ***Item C :*** *Dans un repère orthogonal, la courbe représentative de la fonction est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.* ***Faux***

En effet :

$$\begin{aligned}
\text{Pour tout réel } x \in \mathcal{D}_f,\ f(-x) &= \frac{(-x)}{1+(-x)^2}\\
&= \frac{-x}{1+x^2} \qquad \text{puisque } (-x)^2 = x^2\\
&= -\frac{x}{1+x^2}\\
&= -f(x)
\end{aligned}$$

Donc f est une fonction impaire et par conséquent sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'origine du repère.

➋ ***Item D :*** *La fonction f possède 2 extrema.* ***Vrai***

$f'(x)$ s'annule lorsque son numérateur $1 - x^2 = (1-x)(1+x)$ s'annule c'est-à-dire en -1 et 1 et le polynôme est du signe de $a = -1$ à l'extérieur des racines et de l'opposé du signe de a à l'intérieur d'où :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$1-x^2$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$\left(1+x^2\right)^2$		$+$		$+$		$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
f		$\searrow$	$f(-1)$	$\nearrow$	$f(1)$	$\searrow$	

f admet bien 2 extrema : un minimum en -1 et un maximum en 1.

Partie 3 - Problème mathématique

≡ Exercice 11 : VFVF

Construisons un tableau d'effectifs sachant qu'il y a 300 salariés dans l'entreprise et que :

- deux tiers des salariés sont des femmes soit $\frac{2}{3} \times 300 = 200$
- 60 % des femmes sont favorables à la création d'une cafétéria soit $0{,}6 \times 200 = 120$
- deux tiers des salariés sont favorables à la création d'une cafétéria soit $\frac{2}{3} \times 300 = 200$

	Hommes	Femmes	TOTAL
Favorables	80	120	200
Pas favorables	20	80	100
TOTAL	100	200	300

Item A : *Le nombre de femmes favorables à la création d'une cafétéria est égal à 120.* ***Vrai***
Par lecture du tableau précédent.

Item B : *La proportion d'hommes favorables à la création d'une cafétéria est inférieure à 60 %.* ***Faux***
Il y a 100 hommes dans l'entreprise dont 80 sont favorables à la création d'une cafétéria soit une proportion de $\frac{80}{100} = 80\,\% > 60\,\%$.

Item C : *Le nombre d'hommes qui ne sont pas favorables à la création d'une cafétéria est inférieur à 30.* ***Vrai***
Ils sont 20 hommes non favorables à la création d'une cafétéria.

Item D : *35 % des salariés favorables à la création d'une cafétéria sont des hommes.* ***Faux***
Parmi les 200 salariés favorables à la création d'une cafétéria dans l'entreprise, les 80 hommes en représente une proportion de $\frac{80}{200} = 0{,}4 = 40\,\% \neq 35\,\%$.

≡ Exercice 12 : FFVV

Construisons un tableau permettant de visualiser le temps minimum pour achever toutes les tâches. Il se construit en marquant en vis-à-vis de chaque tâche une série de croix s'étalant sur toute la durée de la tâche. Les tâches contraintes par d'autres tâches ne peuvent commencer qu'à condition que toutes leurs tâches antécédentes soient terminées. Ici par exemple, la tâche E est contrainte par la réalisation des tâches C et D, elle ne peut donc commencer que lorsque ces deux tâches sont toutes les deux terminées.

Tâches	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
A	×	×	×								
B	×	×									
C				×	×	×					
D				×							
E							×				
F								×	×	×	
G											×

➜ ***Item A :*** *La durée totale des travaux est égale à 14 jours.* ***Faux***
D'après le tableau précédent, il faut 11 jours pour terminer les travaux.

➜ ***Item B :*** *Les travaux de peinture des portes et du plafond peuvent démarrer le 4ième jour.* ***Faux***
D'après le tableau précédent, la tâche E (peinture des portes et du plafond) ne peut démarrer qu'à partir du 7ième jour.

➜ ***Item C :*** *Si les travaux d'isolation duraient un jour de plus que prévu (4 jours au lieu de 3 jours), cela décalerait la fin de l'ensemble des travaux d'un jour.* ***Vrai***

Tâches	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	×	×	×									
B	×	×										
C				×	×	×	×					
D				×								
E								×				
F									×	×	×	
G												×

D'après le tableau précédent, si la tâche C (isolation phonique) dure un jour de plus que prévu alors la fin des travaux est bien décalée d'un jour supplémentaire puisque les travaux dureront 12 jours au lieu de 11.

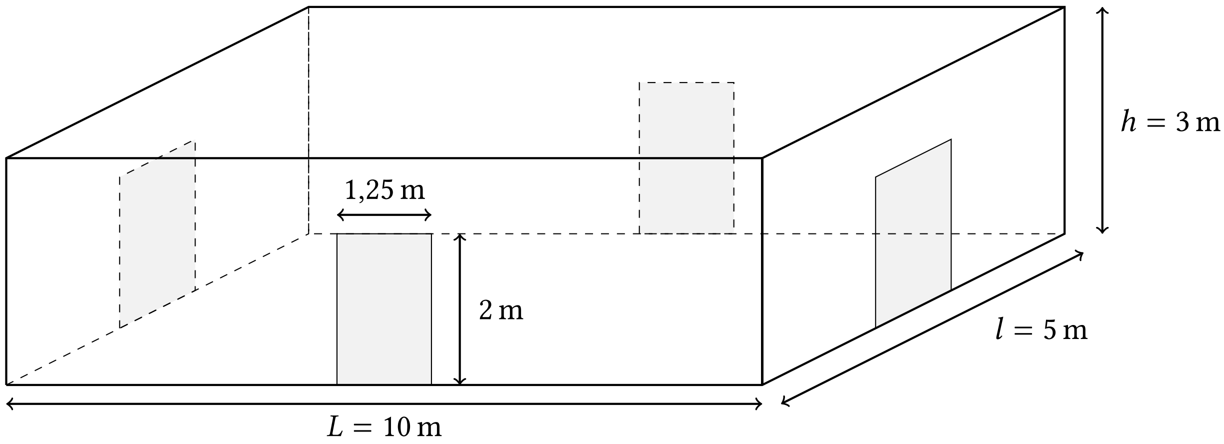
➜ ***Item D :*** *Si les travaux d'électricité duraient un jour de plus que prévu (3 jours au lieu de 2 jours), la durée totale des travaux serait inchangée.* ***Vrai***

Tâches	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
A	×	×	×								
B	×	×	×								
C				×	×	×					
D				×							
E							×				
F								×	×	×	
G											×

D'après le tableau précédent, si la tâche B (électricité) dure un jour de plus que prévu alors cela ne change rien à la durée totale des travaux qui durent toujours 11 jours.

☰ Exercice 13 : FFFV

Le local de la cafétéria se présente ainsi :



Item A : *La surface totale à carreler (sol + murs) est égale à 140 m². **Faux***

La surface au sol est : $S = 5 \times 10 = 50\,\text{m}^2$.
La surface des quatres murs (portes comprises) est : $S' = 2 \times 3 \times 10 + 2 \times 5 \times 3 = 60 + 30 = 90\,\text{m}^2$.
La surface des quatre portes est : $S'' = 4 \times 2 \times 1{,}25 = 10\,\text{m}^2$.
La surface totale à carreler est donc égale à $S + S' - S'' = 50 + 90 - 10 = 130\,\text{m}^2$.

Item B : *Le prix au m² du carrelage mural du deuxième fournisseur est égal à 25 €. **Faux***

Notons x le prix au m² du carrelage au sol du premier fournisseur et y le prix au m² du carrelage mural pour ce même fournisseur.
Nous avons vu précédemment que Monsieur Martin doit faire carreler 50 m² au sol et $90-10 = 80\,\text{m}^2$ au mur.
Sachant que le coût total du carrelage pour le premier fournisseur est de 4 500 €, il vient l'équation $50x + 80y = 4\,500$.

Concernant le deuxième fournisseur, il nous est indiqué que le prix au m² du carrelage mural est supérieur de 5 € à celui du premier et que le prix au m² du carrelage au sol est égal à la moitié de celui du premier. La facture totale s'élevant dans ce cas-là à 3 650 €, on déduit l'équation
$50 \times \dfrac{x}{2} + 80 \times (y+5) = 3\,650 \iff 25x + 80y + 40 = 3\,650 \iff 25x + 80y = 3\,250$.

Résolvons donc le système :

$$\begin{cases} 50x + 80y = 4\,500 & ① \\ 25x + 80y = 3\,250 & ② \end{cases} \iff \begin{cases} 50x + 80y = 4\,500 \\ 25x = 1250 & ① - ② \end{cases}$$
$$\iff \begin{cases} 50x + 80y = 4\,500 \\ x = \dfrac{1250}{25} = 50 \end{cases}$$
$$\iff \begin{cases} 50 \times 50 + 80y = 4\,500 \\ x = 50 \end{cases}$$
$$\iff \begin{cases} y = \dfrac{4\,500 - 2\,500}{80} = 25 \\ x = 50 \end{cases}$$

Les tarifs des deux frounisseurs sont par conséquent les suivants :

	Carrelage au sol	Carrelage mural
Fournisseur 1	50 € / m²	25 € / m²
Fournisseur 2	25 € / m²	30 € / m²

Le prix au m² du carrelage mural du deuxième fournisseur est donc égal à 30 €.

➔ ***Item C :*** *Le prix au m² du carrelage au sol du premier fournisseur est égal à 45 €.* ***Faux***
D'après les caclculs précédents, le prix au m² du carrelage au sol du premier fournisseur est égal à 50 €.

➔ ***Item D :*** *La remise accordée par le deuxième fournisseur pour le carrelage au sol est égale à 1 250 €.* ***Vrai***
Pour carreler les 50 m² au sol de la cafétéria, Monsieur Martin aurait payé $50 \times 50 = 2\,500$ € chez le premier fournisseur alors qu'il a payé $50 \times 25 = 1\,250$ € chez le deuxième, soit une remise égal à $2\,500 - 1\,250 = 1\,250$ €.

☰ Exercice 14 : FVFF

➜ *Item A :* *N est une matrice à une ligne et quatre colonnes.* ***Faux***

D'après l'énoncé, on a :

- $A(n, p)$ est définit comme une matrice à n lignes et p colonnes ;
- $C(n, q) = A(n, p) \times B(p, q)$ définit le produit de deux matrices.

Dans notre cas, $N = C \times P$ avec C la matrice des caractéristiques des peintures à 4 lignes et 4 colonnes et P la matrice des poids à 4 lignes et 1 colonne.
Il vient alors que $C(4, 4) \times P(4, 1) = N(4, 1)$ et par conséquent N est une matrice à quatre lignes et une colonne.

➜ *Item B :* *La note la plus forte attribuée par Monsieur Martin est égale à 7,1.* ***Vrai***

Effectuons le produit matriciel comme indiqué dans l'énoncé :

$$\begin{aligned} N &= C \times P \\ &= \begin{pmatrix} 8 & 10 & 4 & 5 \\ 9 & 7 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 7 \\ 5 & 6 & 8 & 8 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0{,}3 \\ 0{,}2 \\ 0{,}4 \\ 0{,}1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 8 \times 0{,}3 + 10 \times 0{,}2 + 4 \times 0{,}4 + 5 \times 0{,}1 \\ 9 \times 0{,}3 + 7 \times 0{,}2 + 4 \times 0{,}4 + 5 \times 0{,}1 \\ 6 \times 0{,}3 + 7 \times 0{,}2 + 8 \times 0{,}4 + 7 \times 0{,}1 \\ 5 \times 0{,}3 + 6 \times 0{,}2 + 8 \times 0{,}4 + 8 \times 0{,}1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6{,}5 \\ 6{,}2 \\ 7{,}1 \\ 6{,}7 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

La note la plus forte attribué par Monsieur Martin est bien égal à 7,1 qui est le cofficient de la 3$^{\text{ième}}$ ligne et 1$^{\text{ère}}$ colonne de la matrice N noté n_{31}.

➜ *Item C :* *n_{41} correspond à la note la plus faible.* ***Faux***

n_{41} est le coefficient de la 4$^{\text{ième}}$ ligne et 1$^{\text{ère}}$ colonne de la matrice N et il vaut 6,7. Celui-ci ne correspond pas à la note la plus faible.

➜ *Item D :* *Monsieur Martin doit acheter 22,5 litres de peinture de type P2.* ***Faux***

Il est indiqué dans l'énoncé que Monsieur Martin achétera le type de peinture qui a obtenu la note la plus forte. D'après les calculs précédents, Monsieur Martin achète donc la peinture de type P3 (coeffcient n_{31} de la matrice N) et il n'achète donc pas de peinture de type P2.

≡ EXERCICE 15 : FFVF

Item A : *$x \leqslant 5{,}25$* ***Faux***

Le prix du repas de la tranche 1 est fixé à x € et celui de la tranche 2 est majoré de 25 % par rapport à celui de la tranche 1 et est égal à 7 €. On a donc $1{,}25x = 7 \iff x = \dfrac{7}{1{,}25} = 5{,}6 > 5{,}25$.

Item B : *110 salariés hommes sont dans la tranche 1.* ***Faux***

D'après l'exercice 11, il y a 100 hommes et 200 femmes dans l'entreprise. Il ne peut donc y avoir 110 salariés hommes dans la tranche 1.

Item C : *Si tous les hommes déjeunent à la cafétéria (un repas par personne), ils règleront au total 658 €.* ***Vrai***

Dressons un tableau d'effectifs sachant que :

- Il y a 100 hommes et 200 femmes dans l'entreprise
- 40 % des femmes sont dans la tranche 1 soit $0{,}4 \times 200 = 80$
- 70 % des hommes sont dans la tranche 2 soit $0{,}7 \times 100 = 70$

	Hommes	Femmes	TOTAL
Tranche 1	30	80	110
Tranche 2	70	120	190
TOTAL	100	200	300

Si tous les hommes déjeunent à la cafétéria, 30 d'entre eux paient 5,6 € (tranche 1) et 70 paient 7 € (tranche 2). Ils régleront donc au total $30 \times 5{,}6 + 70 \times 7 = 658$ €.

Item D : *Si tout le personnel déjeune à la cafétéria (un repas par personne), un jour donné, la recette de la cafétéria sera supérieure à 2 000 €.* ***Faux***

Si tout le personnel déjeune à la cafétéria, la recette de celle-ci s'élève à $110 \times 5{,}6 + 190 \times 7 = 1\,946$ €.